
# Physics I

For

## $1^{st}$ Year Students of Engineering

# الباب الثالث

# الحركة الخطية

## 3-1 قوانين الحركة الخطية :

إذا تحرك جسم بسرعة منتظمة فإنه يقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية ، وتعطى المسافة $x$ بالعلاقة التالية :

$$x = \mathrm{v}t \qquad (3-1)$$

أما إذا تحرك الجسم في خط مستقيم بعجلة منتظمة $a$ مبتدئا بسرعة $\mathrm{v}_o$ فإن :

$$a = \frac{d\mathrm{v}}{dt}$$

$$\therefore \qquad \mathrm{v} = \int a\, dt = at + c$$

عندما $t = 0$ فإن $\mathrm{v} = \mathrm{v}_o$

$$\therefore \qquad \mathrm{v} = \mathrm{v}_o + at \qquad (3-2)$$

$$\because \qquad v = \frac{dx}{dt}$$

$$\therefore \qquad x = \int v dt = \int (v_o + at) dt$$

$$\therefore \qquad x = v_o t + \tfrac{1}{2} a t^2 \qquad (3-3)$$

وبتربيع العلاقة *(3-2)* وبإستخدام العلاقة *(3-3)* فإن :

$$v^2 = (v_o + at)^2$$

$$= v_o^2 + 2v_o a t + a^2 t^2$$

$$= v_o^2 + 2a\left(v_o t + \tfrac{1}{2} a t^2\right)$$

$$\therefore \quad v^2 = v_o^2 + 2ax \qquad (3-4)$$

العلاقات الأربعة السابقة تحكم حركة الأجسام في خط مستقيم وحركة الأجسام الساقطة بشرط أن تكون مقاومة الوسط مهملة .

## 3-2 قوانين الحركة لنيوتن :

**القانون الأول** ينص على أن الجسم يظل على حالته من حيث السكون أو الحركة بسرعة منتظمة مالم تؤثر عليه قوة خارجية تغير من حالته .

ويعبر هذا القانون عن خاصية هامة للأجسام المادية وهي أن الأجسام تحاول الحفاظ على حالتها من حيث السكون أو الحركة بسرعة منتظمة . وتسمى هذه الخاصية بالقصور الذاتي للأجسام .

وينص **القانون الثاني** على أنه إذا أثرت قوة $\boldsymbol{F}$ على جسم فإنها تسبب تغيرا في كمية تحركه وتكون قيمة هذه القوة مساوية لمعدل التغير في كمية التحرك للجسم ، أما إتجاهها فيكون في نفس إتجاه التغير في كمية التحرك .

$$i.e \qquad \boldsymbol{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\boldsymbol{a} \qquad (3-5)$$

حيث $\boldsymbol{a}$ هي العجلة التي يتحرك بها الجسم .

وعليه فإنه يمكن صياغة قانون الثاني لنيوتن بالصورة التالية : " إذا أثرت قوة $\boldsymbol{F}$ على جسم فإنها تكسبه عجلة للحركة $\boldsymbol{a}$ إتجاهها يكون في نفس إتجاه القوة " .

$$i.e \qquad \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

وبذلك ، فإن القانون الأول لنيوتن يعطي وصفا للقوة ، بينما يحدد القانون الثاني هذه القوة مقدارا وإتجاها .

**القانون الثالث** ينص على أنه " لكل فعل رد فعل مساو له في المقدار ومضاد له في الإتجاه" . فإذا أثر جسم 1 على جسم 2 بقوة $\boldsymbol{F}_{12}$ تعمل في إتجاه الخط الواصل بين الجسمين ، بينما أثر الجسم 2 على الجسم 1 بالقوة $\boldsymbol{F}_{21}$ فإن :

$$\boldsymbol{F}_{21} = -\boldsymbol{F}_{12} \qquad (3-6)$$

**مثال 3-1** : جسم كتلته $5\ Kg$ ساكن عند نقطة الأصل$(x=0)$ ، موضوع على سطح أملس لا يسبب إحتكاكا ، عند $t=0$ أثرت قوة قدرها 2 نيوتن في إتجاه مواز لمحور $x$ ، وبعد 5 ثوان أزيلت هذه القوة .

أ- ما هو موضع وسرعة الجسم عندما $t=5\ sec$ ؟

ب- إذا تحرك الجسم على سطح خشن بعد زمن قدره 20 sec فتوقف بعد زمن قدره 30 sec من بدء الحركة فما هي المقاومة التي أثرت على الجسم وما موضعه عندما يتوقف ؟

**الحل**:

$$\because \quad \boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a} \qquad \therefore \quad 2=5\boldsymbol{a} \qquad \therefore \quad \boldsymbol{a}=0.4\ m/sec^2$$

وتعطى سرعة الجسم v على بعد 5 sec من العلاقة :

$$\mathrm{v}=\mathrm{v_o}+at=0+0.4\times 5=2\,m/sec$$

وموضع الجسم من نقطة الأصل $(x_1=0)$ تعطى من :

$$x_1=\mathrm{v_o}t+\frac{1}{2}at^2=0+\left(\frac{1}{2}\times 0.4\times 5^2\right)=5\,m$$

يسير الجسم بسرعة منتظمة تساوي سرعته النهائية بعد الثواني الخمس الأولى حتى الثانية العشرين ، أي يسير بسرعة منتظمة تساوي $2\ m/sec$ خلال 15 sec .

$$x_2 = \mathrm{v}t = 2 \times 15 = 30\ m$$

ونتيجة لقوة المقاومة فإن الجسم يتحرك بعجلة $a'$ تعطى من :

$$\mathrm{v} = \mathrm{v_o} + a't$$

حيث $\mathrm{v_o} = 2m/sec$ ، $\mathrm{v} = 0$ هما سرعتاه الإبتدائية والنهائية على الترتيب عند بدء تأثير المقاومة ، $t = 10\ sec$ زمن الحركة على السطح الخشن .

$$0 = 2 + a' \times 10 \qquad \therefore \quad a' = -0.2\ \ m/sec^2$$

$$f = ma' = 5(-0.2) = -1\ N$$

وتعطى المسافة التي تحركها الجسم على السطح الخشن من العلاقة :

$$x_3 = \mathrm{v_o}t + \frac{1}{2}a't^2 = 2 \times 10 - \left(\frac{1}{2} \times 0.2 \times 100\right) = 10\ m$$

ويكون موضع الجسم عند توقفه (بالنسبة لنقطة الأصل) هو :

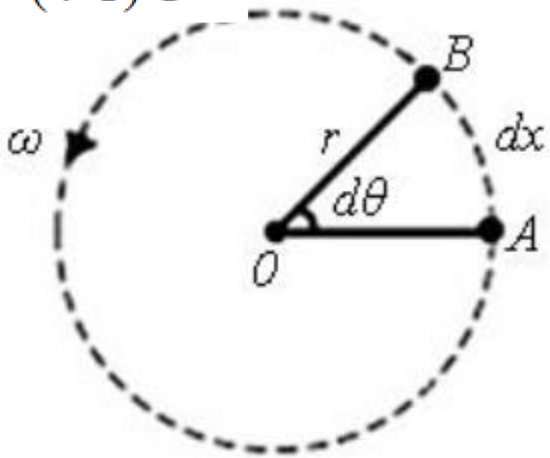
$$x = x_1 + x_2 + x_3 = 5 + 30 + 10 = 45\ m$$

# الباب الرابع

## Rotational (angular) motion الحركة الدورانية

### 4-1 العلاقة بين الحركتين الخطية والدورانية :

شكل (4-1)




$$\because \quad dx = r d\theta \qquad (4-1)$$

$$i.e \quad x = r\theta$$

السرعة $\quad \dfrac{dx}{dt} = r\dfrac{d\theta}{dt} \quad or \quad \dot{x} = r\dot{\theta}$

العجلة $\quad \dfrac{d^2x}{dt^2} = r\dfrac{d^2\theta}{dt^2} \quad or \quad \ddot{x} = r\ddot{\theta}$

وتبين العلاقات الثلاثة السابقة أن :

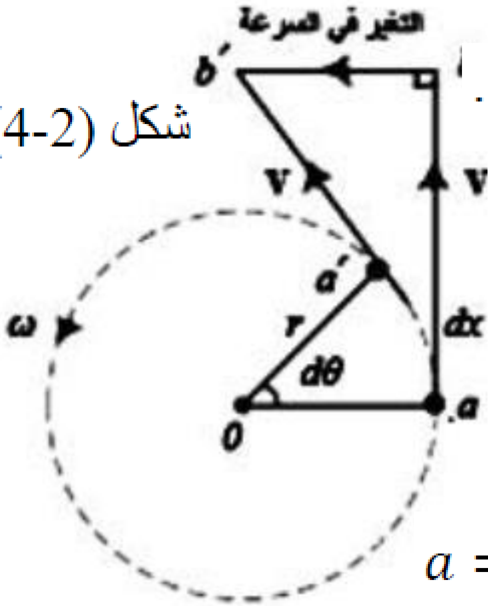
المسافة الخطية $(x)$ = المسافة الزاوية $(\theta)$ × نصف قطر المسار.

السرعة الخطية $(\dot{x})$ = السرعة الزاوية $(\dot{\theta})$ × نصف قطر المسار.

العجلة الخطية $(\ddot{x})$ = العجلة الزاوية $(\ddot{\theta})$ × نصف قطر المسار.

## 4-2 العجلة الدورانية وقوة الطرد المركزية :

عندما يدور جسم بسرعة دورانية منتظمة في مسار دائري ، فإن إتجاه سرعته يتغير مع الزمن .




شكل (4-2)

جسم كتلته $m$ يدور بسرعة دورانية منتظمة $\omega$ على محيط دائرة

يقطع الجسم المسافة من $a$ إلى $a'$ عبر المسار المنحني $aa'$ في فترة زمنية $dt$ .

$$ab = a'b' = \mathrm{v}$$

المتجه $bb'$ الذي يمثل تغير السرعة في الزمن $dt$ يكون موازيا

لنصف القطر $aO$ ومتجها نحو مركز الدائرة

مما يدل على أن الجسم متأثر بقوة جاذبة نحو مركز المنحنى

قيمة العجلة $a$ في إتجاه نصف القطر كالتالي :

$$a = \frac{\text{التغير في السرعة}}{\text{الزمن}} = \frac{bb'}{dt} = \mathrm{v}\frac{d\theta}{dt} = \mathrm{v}\omega$$

وبالتعويض عن $\mathrm{v} = \omega r$ فإن :

$$a = r\omega^2 = \frac{\mathrm{v}^2}{r} \qquad (4-2)$$

أي أنه ، عندما يتحرك جسم على محيط دائرة ، فإنه يقع تحت تأثير قوة تجذبه نحو مركز الدائرة

مقدارها يساوي كتلة الجسم $x$ عجلة الحركة .

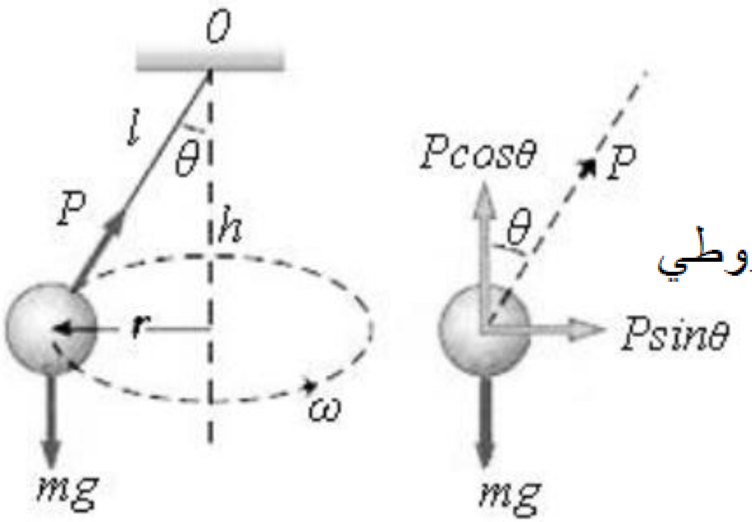
وطبقا للقانون الثالث لنيوتن فإن رد الفعل لهذه القوة يؤثر على الجسم المتحرك بقوة مساوية في إتجاه

نصف القطر إلى الخارج وتسمى بقوة الطرد المركزية . وتتزن حركة الجسم تحت تأثير هاتين

القوتين حيث يتحرك بسرعة منتظمة $\mathrm{v} = \omega r$ على المحيط .

## 4-3 تطبيقات على قوة الطرد المركزية

### 4-3-1 البندول المخروطي Conical pendulum :




إذا علقنا كتلة $m$ في أحد طرفي خيط مثبت ثم حركنا الكتلة دائريا في مستوى أفقي بسرعة زاوية منتظمة $\omega$ يصنع خيط البندول زاوية $\theta$ مع الرأسي ويتحرك على سطح مخروطي ومن هنا كانت تسميته بالبندول المخروطي

$$P\,\sin\theta = \frac{m\mathrm{v}^2}{r}$$
$$P\cos\theta = mg$$
$$\Longrightarrow \tan\theta = \frac{\mathrm{v}^2}{rg}$$

وإذا كان زمن الدورة الواحدة هو $T$

$$\mathrm{v} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T}(l\,\sin\theta)$$

بالتعويض عن $r, \mathrm{v}$ في علاقة $\tan\theta$ نحصل على :

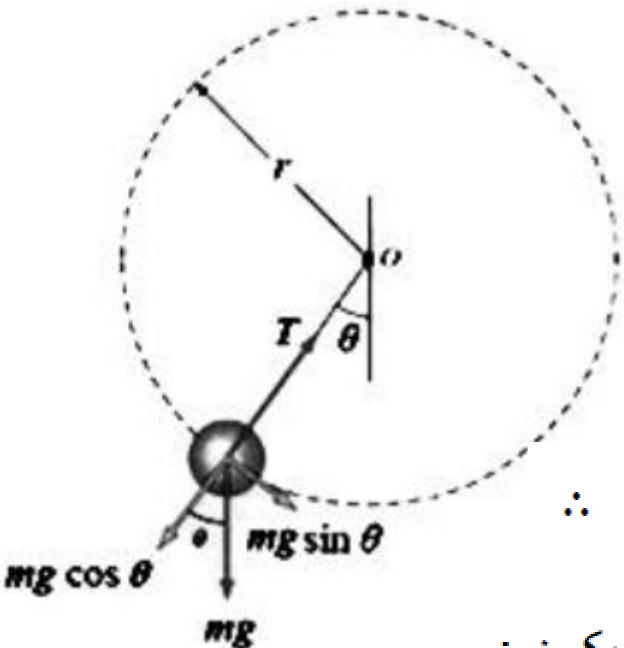
$$\tan\theta = \frac{4\pi^2}{gT^2}\cdot\frac{l^2\sin^2\theta}{l\,\sin\theta} = \frac{4\pi^2\,l}{gT^2}\sin\theta \Longrightarrow \cos\theta = \frac{gT^2}{4\pi^2\,l}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\theta}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \qquad (4-4)$$

حيث $h$ هي المسافة من نقطة تعليق البندول إلى مركز دائرة الحركة الأفقية .

**مثال 4-1:** ربطت كتلة m في حبل وحركت في مسار دائري رأسي نصف قطره r . أوجد قوة الشد T في الخيط والعجلة المماسية $a_t$ عندما تكون الكتلة عند أعلى وأدنى نقطة في المسار .

**الحل :**




أ- في إتجاه المماس :

$$ma_t = mg\sin\theta \Rightarrow a_t = g\sin\theta$$

ب- في إتجاه نصف القطر :

$$ma_r = T - mg\cos\theta \Rightarrow m\frac{v^2}{r} = T - mg\cos\theta$$

$$\therefore \qquad T = m\left(\frac{v^2}{r} + g\cos\theta\right) \qquad (4-6)$$

فإذا كانت الكتلة عند أدنى نقطة في المسار ، فإن $\theta = 0$ ، ويكون :

$$T = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right) \quad , \qquad a_t = 0$$

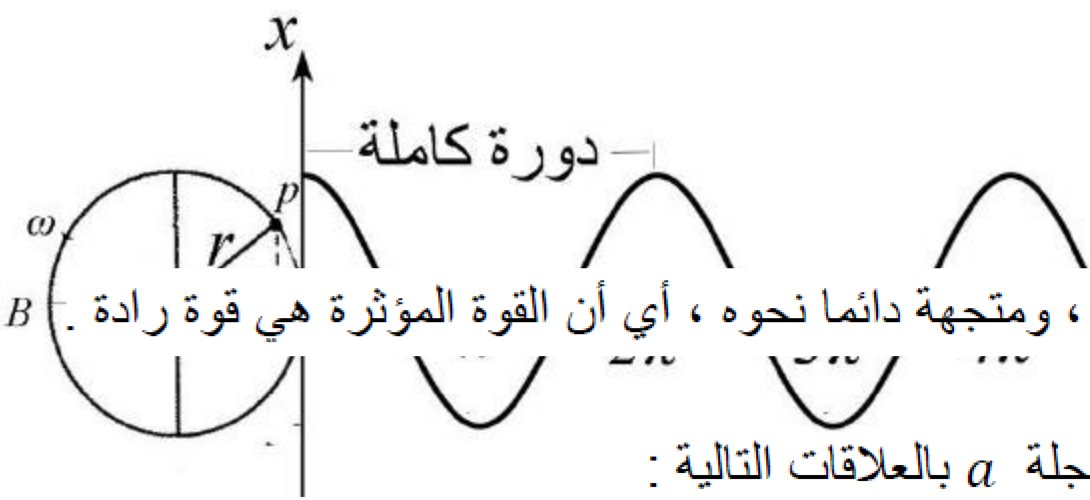
وإذا كانت الكتلة عند أعلى نقطة فإن $\theta = 180$ ، ويكون :

$$T = m\left(\frac{v^2}{r} - g\right) \quad , \qquad a_t = 0$$

واضح أن أعلى شد في الخيط عندما تكون الكتلة عند أدنى نقطة في المسار .

## 4-4 الحركة التوافقية البسيطة Simple harmonic motion :

إذا تحركت نقطة $p$ في مسار دائري نصف قطره $r$ بسرعة زاوية منتظمة $\omega$ ، فإن حركة مسقطها $Q$ على القطر $AB$ تكون عبارة عن حركة تذبذبية حول مركز المسار O وتسمى بالحركة التوافقية البسيطة (شكل 4-8) .




طرديا مع الإزاحة $x$ من مركز ثابت 0 ، ومتجهة دائما نحوه ، أي أن القوة المؤثرة هي قوة رادة .

حيث تعطى الإزاحة $x$ ، السرعة v والعجلة $a$ بالعلاقات التالية :

$$x = r\cos\omega t \qquad (4-7)$$

$$\text{v} = \frac{dx}{dt} = -r\omega \sin \omega t \quad ، \qquad a = \frac{d^2t}{dx^2} = -r\omega^2\cos\omega t \quad ،$$

وتسمى هذه العلاقة بالمعادلة التفاضلية للحركة التوافقية البسيطة $\qquad a = \ddot{x} = -\omega^2 x \quad \therefore$

$$i.e \qquad \ddot{x} + \omega^2 x = 0 \qquad (4-8)$$

والإشارة السالبة تعني أن العجلة $\ddot{x}$ تكون تزايدية في إتجاه نقص $x$ والعكس بالعكس ، وبالتالي فإنه يمكن تعريف الحركة التوافقية البسيطة بأنها هي الحركة الخطية التذبذبية لنقطة $Q$ عجلتها تتناسب طرديا مع الإزاحة $x$ من مركز ثابت 0 ، ومتجهة دائما نحوه ، أي أن القوة المؤثرة هي قوة رادة .

والزمن الدوري $\tau$ هو ذلك الزمن اللازم لكي يصنع المسقط $Q$ دورة كاملة ، أي يقطع خلاله المسافة من A إلى B ثم يعود إلى A . هذا الزمن يكافئ زمن دوران الجسم $p$ على المسار الدائري دورة كاملة .

$$\therefore \qquad \tau = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{2\pi r}{\omega r} = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (4-9)$$

وتردد الحركة $f$ (هو عدد الذبذبات أو الدورات الكاملة التي يصنعها الجسم في ثانية واحدة) ويعطى من العلاقة التالية :

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega}{2\pi}$$

وتمثل كل من العلاقتين :

$$x = r\cos(\omega t + \alpha)$$

$$\& \qquad x = r\sin(\omega t + \beta)$$